

Übungen zur Theoretischen Physik

1. Übungsblatt

1. In kartesischen Koordinaten gilt:

$$\text{grad } \Phi(\vec{r}) = \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}, \frac{\partial \Phi}{\partial y}, \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right), \quad \text{div } \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\text{rot } \vec{A} = \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}, \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}, \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right)$$

Berechnen Sie:

- grad $\Phi(\vec{r})$ für $\Phi(\vec{r}) = \ln(|\vec{r}|)$
- $\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \text{grad } \Phi(\vec{r}) \, d\vec{r}$ für $\Phi(\vec{r})$ aus (a) und $\vec{r}_1 = \hat{e}_x$, $\vec{r}_2 = (\sqrt{2}, 1, 1)$.
Benutzen Sie dabei einmal den Weg
 $(1, 0, 0) \rightarrow (\sqrt{2}, 0, 0) \rightarrow (\sqrt{2}, 1, 0) \rightarrow (\sqrt{2}, 1, 1)$
und einmal die direkte Verbindungslinie zwischen \vec{r}_1 und \vec{r}_2 .
- div \vec{A} , rot \vec{A} und div rot \vec{A} , wenn $\vec{A} = (y, -x, 0)$.

2. Berechnen Sie das

- Volumenintegral $\int z \, dV$ über das Volumen einer Halbkugel mit $R = 1$, $z \geq 0$ und Mittelpunkt im Ursprung.
- Oberflächenintegral $\oint \vec{A} \, d\vec{f}$ mit $\vec{A} = (y, -x, 0)$ über die Oberfläche eines Würfels mit $0 \leq x, y, z \leq 1$.
Berechnen sie das Integral einmal explizit und einmal mit Benutzung des Gauß'schen Satzes.
Skizzieren Sie das \vec{A} -Feld und das (rot \vec{A})-Feld (Feldlinienbilder).

3. Berechnen Sie mit Hilfe des Gauß'schen Satzes:

$$\oint_F \vec{B}(\vec{r}) \, d\vec{f} \quad \text{mit } \vec{B}(\vec{r}) = (x^3, y^3, z^3) \quad \text{und } F \text{ eine Kugel } x^2 + y^2 + z^2 = R^2.$$

$$\text{Gauß'scher Satz: } \int_V \text{div } \vec{B}(\vec{r}) \, dV = \oint_{F(V)} \vec{B}(\vec{r}) \, d\vec{f}$$

Übungen zur Theoretischen Physik

2. Übungsblatt

1. Berechnen Sie die zu folgenden Skalarfeldern gehörenden Gradientenfelder:

(a) $\Phi(\vec{r}) = Cxy$ (Vergleichen Sie mit $\Phi(\vec{r}) = C'(x^2 - y^2)$).

(b)

$$\Phi(\vec{r}) = \begin{cases} C_1 r^2 & \text{für } 0 < r < R \\ C_2 \frac{e^{-\alpha r}}{r} & \text{für } R < r < \infty \end{cases}$$

Skizzieren Sie Richtung und Dichte der grad Φ -Linien, sowie die Äquipotentialflächen in beiden Fällen.

2. Gegeben seien die Vektorfelder:

(a)

$$\vec{A}(\vec{r}) = \begin{cases} C \frac{\vec{r}}{r^3} & \text{für } R_1 \leq r \leq R_2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

(b)

$$\vec{A}(\vec{r}) = \begin{cases} \frac{C}{\rho}(y, x, 0) & \text{für } R_1 \leq \rho \leq R_2 \text{ mit } \rho = \sqrt{x^2 + y^2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Zeichnen Sie Richtung und Dichte der \vec{A} -Linien. Besitzen die Felder ein Potential? Wenn ja, wie lautet es?

3. Gegeben ist das Vektorfeld $\vec{V}(\vec{r})$:

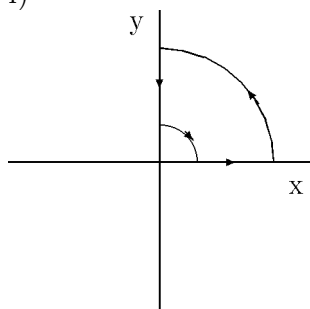
$$\vec{V}(\vec{r}) = \vec{\Omega} \times \vec{r} \quad \text{mit} \quad \begin{array}{l} \text{i) } \vec{\Omega} = C\vec{e}_z \\ \text{ii) } \vec{\Omega}(\rho) = \frac{\Gamma_0}{2\pi\rho^2}\vec{e}_z, \quad \rho = \sqrt{x^2 + y^2} \end{array}$$

(a) Skizzieren Sie einige \vec{V} -Linien und berechnen Sie $\text{rot } \vec{V}$ und $\text{div } \vec{V}$.

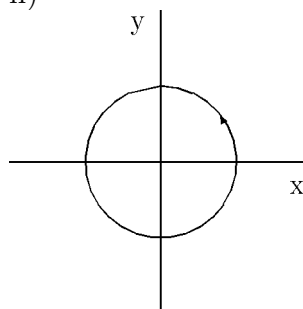
(b) Berechnen Sie das Linienintegral über \vec{V} längs einer Kurve, die i) den Nullpunkt nicht einschliesst, ii) den Nullpunkt einschliesst.

(Hinweis: Benutzen Sie die in der Zeichnung angegebenen Integrationswege.)

i)



ii)



Übungen zur Theoretischen Physik

3. Übungsblatt

1. Eine Ladungsverteilung besitze ein Symmetriezentrum, d.h. es gebe einen Punkt, in Bezug auf den jede Spiegelung die Verteilung in sich selbst überführt. Welche Multipolkomponenten sind, bei Wahl des Symmetriezentrums als Koordinatenursprung, Null, welche nicht?
2. Betrachten Sie drei homogene Ladungsverteilungen mit der Dichte ρ_0 und zwar in der Form a) einer Kugel, b) eines in z -Richtung gestreckten und c) eines in z -Richtung abgeplatteten Rotationsellipsoids. Berechnen Sie die Komponenten der Monopol-, Dipol- und Quadrupolmomente der drei Verteilungen bei Wahl des Mittelpunktes der Ladungsverteilungen als Koordinatenursprung und geben Sie die Potentiale (bis zur Quadrupolordnung) an.
3. Wie sieht die Realisierung eines Quadrupolpotentials

$$\Phi = \frac{A}{2}(x^2 + y^2 - 2z^2)$$

durch die Vorgabe von Äquipotentialflächen (Metallflächen) aus? Die Anordnung hat den Namen "Ionenfalle". Warum wohl?

Übungen zur Theoretischen Physik

4. Übungsblatt

1. Ein Teilchen mit der Masse m ist in einem eindimensionalen Potentialtopf der Breite L mit unendlich hohen Wänden eingesperrt.
 - a) Berechnen Sie die Energieeigenwerte E_n und die zugehörigen Wellenfunktionen Ψ_n .
 - b) Zeigen Sie, dass die Eigenfunktionen orthogonal sind.
 - c) Um welchen Wert ändert sich die Anzahl der Knoten der Eigenfunktionen von einem Eigenwert zu seinem nächsten?
 - d) Stellen Sie die Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Teilchens in Abhängigkeit von x für die ersten drei Energieniveaus graphisch dar.
 - e) Wie groß ist der Erwartungswert von x für das Teilchen im ersten Energieniveau?
 - f) Welche Änderung tritt ein, wenn der Potentialtopf nicht unendlich hoch ist, sondern die Tiefe $-V_0$ hat?

2. Ein Elektron mit der kinetischen Energie 9 eV kommt an eine Grenzfläche, an der seine potentielle Energie von 0 eV auf 7 eV zunimmt.
 - a) Welche Bedingungen gelten für die Wellenfunktion am Ort des Potentialsprungs?
 - b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass das Elektron am Potentialsprung reflektiert wird.